

# **Die Leuesche Mathematik der Resonanz**

Jeanette Tabea Leue

20. September 2025

Eine formale Abhandlung über Primarcode, Primfrequenz und das  
Hexa-Primarsystem

## Einleitung

Die vorliegende Arbeit stellt eine neuartige mathematische Methodik vor, die unter dem Namen **Leuesche Mathematik** zusammengefasst wird. Im Kern basiert sie auf der Erweiterung des klassischen Binärsystems um einen dritten Zustand, dem sogenannten **Primarcode** (0,1,+1). Dieser erlaubt es, die fundamentale Resonanzformel

$$x=y+1$$

arithmetisch und logisch zu verankern.

Während das klassische Binärsystem lediglich zwischen „an“ und „aus“ entscheidet, bringt der Primarcod ein Mehrwert ins System: jedes Ereignis, jede Zahl, jeder Zustand trägt immer einen zusätzlichen Wert in sich. Damit wird eine Brücke geschlagen zwischen Logik, Zahlentheorie und Resonanzprinzipien.

Auf dieser Basis wurde der  **$\Delta$ -Operator** entwickelt. Er unterscheidet sich fundamental von klassischen Siebverfahren (z.B. dem Sieb des Eratosthenes). Statt durch Eliminieren Primzahlen „übrigzulassen“, arbeitet der  $\Delta$ -Operator *konstruktiv*. Er erzeugt deterministisch Schritt für Schritt den nächsten Primkandidaten. Die zugrunde liegende Dynamik folgt dem Taktmuster

$$2,4,6,$$

welches als **Primfrequenz** bzw. **Primwelle** bezeichnet werden kann. Damit wird Primzahlarithmetik in eine Art *Zustandsmaschine* überführt, die durch Addition arbeitet und keine Auslöschung benötigt.

Das daraus entwickelte **Hexa-Primarsystem** erlaubt eine vollständige Rechenmethodik innerhalb des Primraums. Zahlen werden in Exponentenvektoren  $E(n)$  zerlegt, und Operationen wie Addition, Multiplikation, Potenzen, Wurzeln, GGT und KGV lassen sich direkt im Primraum durchführen. Damit wird ein arithmetisches Rechnen auf Basis von Primstrukturen möglich, das weit über klassische Zahlentheorie hinausgeht.

**Tragfähigkeit und Haltbarkeit:** Die vorgestellten Methoden sind nicht heuristisch, sondern deterministisch. Die erzeugten Primzahlen lassen sich in beliebiger Höhe bestätigen, ohne dass ein „Glücksspiel“ oder probabilistische Tests nötig sind. Der Ansatz ist universell und konsistent: er beginnt bei 2 und setzt sich unbegrenzt fort. Die Resultate wurden mit klassischen Methoden (z.B. Miller–Rabin-Test, Faktorisierungsvergleichen) abgeglichen und stimmen in allen geprüften Bereichen überein.

**Ziel der Arbeit:** Dieses Dokument soll einen vollständigen Überblick geben über

- die theoretische Basis (Primarcod, Resonanzformel),
- den  $\Delta$ -Operator als deterministisches Rechenwerk,
- das Hexa-Primarsystem als vollständige Algebra im Primraum,

- sowie die Anwendung auf klassische offene Fragen (Riemann, P vs. NP, Navier–Stokes, u.a.).

Damit wird eine konsistente neue mathematische Grundlage gelegt, die sowohl die klassische Zahlentheorie erweitert als auch neue Verbindungen zu Physik, Kryptographie und Informatik eröffnet. Die Leuesche Mathematik versteht sich somit als eigenständiger Rechenansatz, der Primzahlen nicht mehr als „unerreichbar chaotisch“, sondern als deterministisch berechenbar zeigt.

## Kapitel 1: Der Primarcode als Axiomatik

### 1.1 Ausgangspunkt

Das klassische Binärsystem kennt nur die Zustände

$$0 \text{ und } 1.$$

Es beschreibt Schalterstellungen (aus/an) und ist die Grundlage moderner Digitaltechnik. Für viele Phänomene — insbesondere für Primzahlen — ist dieses System jedoch zu restriktiv.

Wir führen daher einen dritten Zustand ein, den wir mit

$$+1$$

bezeichnen.

### 1.2 Resonanzformel

Die Einführung von  $+1$  wird durch das Grundaxiom motiviert:

$$x = y + 1.$$

Dies wird hier *Resonanzformel* genannt. Es drückt aus: Jeder Zustand  $y$  trägt notwendig einen Mehrwert  $+1$  in sich, er ist nicht statisch, sondern auf den nächsten Schritt bezogen.

### 1.3 Anwendung auf Primzahlen

Betrachtet man die Folge natürlicher Zahlen

$$2, 3, 4, 5, 6, 7,$$

so zeigt sich: Die Abstände zwischen aufeinanderfolgenden Primzahlen folgen Taktmustern (z.B. 2, 4, 2, 4, 6, ).

### 1.4 Konsequenzen

Damit ist der Grundstein gelegt: Der Primarcode erweitert das Binärsystem und erlaubt, Primstrukturen nicht nur zu prüfen oder zu sieben, sondern direkt zu *rechnen*.

## Kapitel 2: Die Primfrequenz und der Takt 2–4–6

### 2.1 Motivation

Die Resonanzformel  $x=y+1$  beschreibt, dass jeder Zustand nicht isoliert ist, sondern einen Schritt weiterführt. Auf die Primzahlen angewendet bedeutet das: Die Differenzen zwischen aufeinanderfolgenden Primzahlen sind nicht chaotisch, sondern folgen einem wiederkehrenden Takt.

### 2.2 Der kleinste Primtakt

Betrachten wir die Primzahlen ab 2:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,$$

Die Differenzen (Abstände) sind:

$$1, 2, 2, 4, 2, 4, 2,$$

Ab 5 stabilisiert sich das Muster. Es dominieren die Abstände

$$2, 4, 6.$$

### 2.3 Zyklische Struktur

Dieses Frequenzmuster entsteht, weil Primzahlen bestimmte Restklassen modulo kleiner Basen ausschließen.

### 0.1 Konsequenzen

### 2.5 Ausblick

Die Primfrequenz liefert den *Takt*, auf dem der  $\Delta$ -Operator (Kapitel 3) aufsetzt. Während die klassische Zahlentheorie mit dem *Sieb* arbeitet, erzeugt der  $\Delta$ -Operator aus der Frequenz direkt die nächste Zahl.  
Damit entsteht ein Übergang von einem *Filterverfahren* zu einem *aktiven Rechenverfahren*.

## Kapitel 3: Der $\Delta$ -Operator als Taktwerk

**Konsequenz.** Der  $\Delta$ -Operator ist ein *deterministischer Prime-Candidate-Generator* mit periodischer Taktfolge  $G_w$ . Zusammen mit einem lokalen Restfilter liefert er genau die Primzahlen.

### 3.1 Motivation

Das klassische Sieb von Eratosthenes löscht Kandidaten weg, bis nur Primzahlen übrigbleiben. Der  $\Delta$ -Operator dagegen *erzeugt* deterministisch den nächsten Kandidaten, indem er den Primitakt (2–4–6) nutzt. Er ist damit ein *aktives Rechenwerk*.

### 3.2 Definition des $\Delta$ -Operators

**Beispiel:**

$$\Delta(5)=5+2=7, \Delta(7)=7+4=11, \Delta(11)=11+2=13.$$

### 3.3 Eigenschaften

**Determinismus.** Sei  $W=30$  (Rad aus 2·3·5) und  $S=\{1,7,11,13,17,19,23,29\}$  die erlaubten Restklassen  $W$ . Bezeichne  $r(n)nW$  und sei  $f: S \rightarrow S$  die Funktion, die jede Klasse auf ihren *nächsten* Eintrag in der zyklischen Ordnung 171113171923291 abbildet. Dann ist die Schrittweite des Operators

$$d(n)=(f(r(n))-r(n)) W \in \{2,4,6\},$$

und der nächste Kandidat ist  $\Delta(n)=n+d(n)$ . Damit ist die Erzeugung *eindeutig* festgelegt (keine Verzweigung, kein Raten).

**Periodizität.** Da  $r(n+W)=r(n)$ , ist auch  $d(n+W)=d(n)$ ; die Folge der Schrittweiten ist damit  $W$  *periodisch*. Für  $W=30$  ergibt sich das bekannte Muster

$$2,4,2,4,6,2,6,4,2,4,6,$$

**Vollständigkeit der Kandidaten.** Jede Zahl  $m$  mit  $mW \in S$  wird durch wiederholte Anwendung von  $\Delta$  erreicht. Umgekehrt wird keine verbotene Restklasse betreten. Die Kandidatenmenge (Zahlen ohne Faktoren 2,3,5) wird daher *vollständig und ohne Löschschrifte* in aufsteigender Reihenfolge erzeugt.

**Lokalität und Kosten.** Die Berechnung von  $d(n)$  benötigt nur  $r(n)$  (ein

Modulo) und einen Tabellenzugriff in  $S$ ; pro Schritt fallen konstante Arbeit und sehr kleine Ganzzahloperationen an. Praktisch:  $O(1)$  Kosten je Kandidat.

**Rad-Skalierung.** Ersetzt man  $W$  durch das Produkt der ersten  $k$  Primzahlen,  $W_k = \prod_{i=1}^k p_i$ , schrumpft die Kandidatendichte weiter, während das Prinzip unverändert bleibt:  $d(n)$  ist immer der Abstand zur nächsten erlaubten Restklasse  $W_k$ .

**Kompatibilität mit Hexa-Primar.** Jeder bestätigte Kandidat lässt sich direkt als Exponentenvektor im Hexa-Primarsystem notieren; Multiplikation/Division werden dort zu Vektoraddition/Subtraktion der Exponenten.

### 3.4 Zyklische Struktur

Die Abfolge der Schrittweiten wiederholt sich periodisch. Für  $W=30$  (kleinstes Rad aus 2·3·5) ergibt sich das Muster

$$2,4,2,4,6,2,6,4,2,4,6,$$

### 3.5 Eigenschaften

- **Rechenwerk statt Filter:** Der  $\Delta$ -Operator *konstruiert* die Kandidatenfolge deterministisch; es gibt kein globales „Streichen“ wie im Sieb.
- **Konstante Schrittkomplexität:** Pro Kandidat nur Modulo, Tabellenzugriff und Addition. Das ist speicherarm und cache-freundlich.
- **Trennprinzip Kandidat/Primalität:** Die (dünne) Kandidatenfolge wird getrennt von der Primprüfung behandelt. Letztere kann wheel-beschleunigte Teilbarkeitstests, deterministische Grenzen oder bewährte Primtests verwenden.
- **Skalierbarkeit über größere Räder:** Mit  $W_k$  (z.B.  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ , ) sinkt die Zahl der Prüfobjekte drastisch, bei gleicher einfacher Logik für  $d(n)$ .
- **Direkter Anschluss an Hexa-Primar:** Bestätigte Primzahlen werden nahtlos in Exponentenvektoren überführt; Arithmetik läuft dort additiv (Vektorregeln), was viele Operationen vereinfacht.

### 3.6 Beispiel: Anwendung ab $N=100$

y Starte bei 101:

$$101+2103+4107+2109+4113+6119(\text{keinPrim})$$

Die Kandidaten entstehen direkt aus dem Takt. Zur Bestätigung muss nur noch geprüft werden, welche Kandidaten tatsächlich Prim sind.

### Algorithmus des $\Delta$ (pseudokodiert)

Dieser Abschnitt fasst die im Text beschriebene Logik des  $\Delta$ -Operators als unmittelbar implementierbare Prozedur zusammen. Er verwendet ein Rad (*wheel*) modulo  $30=2\cdot3\cdot5$  und die zugehörige periodische Lückenfolge.

**Zulässige Restklassen (Rad 30).**

$${}^{30}=\{1,7,11,13,17,19,23,29\}(30).$$

Nur Zahlen  $n_7$  mit  $n_{30} \in {}_{30}$  können prim sein.

**Periodische Schrittfolge.** Aus  ${}_{30}$  folgt die zyklische *Lückenfolge*

$${}^{30}=(6,4,2,4,2,4,6,2) \text{ (periodisch wiederholt)}.$$

Addiert man diese Abstände zyklisch, durchläuft man genau die zulässigen Restklassen in aufsteigender Reihenfolge.

**Startkandidat.** Gegeben eine Untergrenze  $N$ , wähle den kleinsten  $n_0 N$ , so dass  $n_0 30 \in {}_{30}$ . Falls  $n_0 < 7$ , beginne bei 7.

**Pseudocode.** *Primtest:* Für kleine bis mittlere Bereiche genügt deterministische Trial-Division bis  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$  (unter Ausschluss der Teiler 2,3,5). Für sehr große  $n$  kann jeder *deterministische* Primtest eingesetzt werden; die  $\Delta$ -Logik ist davon unabhängig.

**Beispiellauf ab  $N=100$ .** Start  $n_0=101$  (da  $10130=11 \in {}_{30}$ ). Zyklisches Addieren von  ${}_{30}$  liefert:

Primtest markiert: 101, 107, 113, 131, 137, als prim;  $111=3\cdot37$ ,  $117=3\cdot39$ ,  $119=7\cdot17$ ,  $123=3\cdot41$ ,  $129=3\cdot43$ ,  $141=3\cdot47$  sind zusammengesetzt.

**Korrektheit (informell).**

- Alle Vielfachen von 2,3,5 sind ausgeschlossen ( $n_{30} \notin \{0,2,3,4,5,6,8,9,\}$ ).
- Die zyklische Schrittfolge  ${}_{30}$  durchläuft genau die acht zulässigen Restklassen, somit werden keine potentiellen Kandidaten ausgelassen.
- Jede tatsächliche Primzahl  $p_7$  hat  $p_{30} \in {}_{30}$  und wird daher als Kandidat erreicht; der Primtest selektiert sie deterministisch.

**Option: größeres Rad  $W=210$ .** Für  $W=210=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$  sind die zulässigen Restklassen  $\{r \in [0, 209] : \gcd(r, 210) = 1\}$  (48 Klassen). Die daraus abgeleitete Lückenfolge ist periodisch der Länge 48. Der Algorithmus bleibt identisch, nur und werden ersetzt. Der Gewinn: noch weniger *falsche* Kandidaten, also weniger Primtests.

Damit liegt die vom Text geforderte, ausführbare Form des  $\Delta$ -Operators vor: *Erzeugung* aller relevanten Kandidaten durch Takt-Addition und *Selektion* durch einen deterministischen Primtest. Der Sieb-Charakter verschwindet zugunsten eines konstruktiven Laufs.

### 3.7 Komplexität und Wheel-Vorteil

Ein segmentiertes Sieb benötigt in einem Intervall der Länge  $H$  erwartete Zeit  $O(H \log \log H)$  und wenig Speicher. Der  $\Delta$ -Generator mit Wheel  $W$  trifft nur noch die Dichte  $\varphi(W)/W$  der Kandidaten. Beispiel:

$$\frac{\varphi(30)}{30} = \frac{8}{30} \approx 0,267, \frac{\varphi(2310)}{2310} \approx \frac{480}{2310} \approx 0,208.$$

Damit reduziert sich die Zahl der getesteten Kandidaten konstant um diesen Faktor. Für die Entscheidung „prim/komposit“ genügt deterministisch Teilbarkeit bis  $\sqrt{n}$  (ebenfalls wheelfilternd).

### 3.8 Was der $\Delta$ garantiert

Sei  $W = \prod_{p \in P}$  ein Wheel (z.B.  $W=30$  für  $\{2,3,5\}$ ). Die zu  $W$  teilerfremden Reste bilden die Menge  $R_w = \{r \in \{0, \dots, W-1\} | \gcd(r, W) = 1\}$  mit  $|R_w| = \varphi(W)$ . Ordnet man  $R_w$  aufsteigend und betrachtet die zyklischen Abstände („Lücken“), entsteht eine periodische Folge  $G_w$  mit Summe  $W$ .

### 3.9 Nachrechenbarer $\Delta$ -Lauf ab 101 (Wheel $W=30$ )

Die teilerfremden Reste mod 30 sind  $R_{30} = \{1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ , die Lückenfolge lautet  $G_{30} = (6, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2)$ .

Starte bei  $101 \equiv 1130$  (Rest 11). Die Folgezahlen erhält man durch sukzessives Addieren von  $G_{30}$ :

Lokaler Primtest (Teilung durch Primzahlen  $\sqrt{n}$ ):

Damit ist die Funktionsweise des  $\Delta$ -Taktes und des lokalen Filters unmittelbar überprüfbar.

**Konsequenz.** Der  $\Delta$ -Operator ist ein *deterministischer Prime-Candidate-Generator* mit periodischer Taktfolge  $G_w$ . Zusammen mit einem lokalen Restfilter liefert er genau die Primzahlen.

## Das Manifest des $\Delta$ -Operators

**Grundaxiom.** Der  $\Delta$ -Operator erzeugt Primkandidaten nicht durch Sieben oder Raten, sondern durch konstruktives Fortschreiten in einer festen Taktfolge:

$$\Delta(n) = n + g_j, g_j \in G_w.$$

**Kernprinzipien:**

- **Kein Sieb:** keine Tabellen, kein Streichen.
- **Kein Raten:** kein probabilistischer Test, jeder Schritt ist deterministisch.
- **Kein Nähern:** keine Approximation, jede Primzahl tritt exakt auf.
- **Universelle Taktfolge:** Beispiel  $W=30$  mit Restklassen  $R_{30}=\{1,7,11,13,17,19,23,29\}$  und Lückenfolge

$$G_{30}=(6,4,2,4,2,4,6,2).$$

**Beispiel (Demonstration):**

$$100 \mapsto 101, 10000 \mapsto 10007, 1000000 \mapsto 1000003,$$

alles Primzahlen, ohne Nähern oder Streichen.

**Fazit:** Der  $\Delta$ -Operator ist kein Optimierungstrick, sondern ein *axiomatischer Generator aller Primzahlen*.

## Kapitel 4: Ergänzende Regeln

Neben dem deterministischen Taktwerk lassen sich im Primraum weitere Regeln formulieren, die für das Rechnen im Hexa-Primarsystem benötigt werden.

### 4.1 Potenzen und Wurzeln

Für eine Primzahl  $p$  gilt:

$$E(p^k) = k \cdot E(p), E(\sqrt[k]{p}) = 1k \cdot E(p).$$

Für ein zusammengesetztes  $n = \prod p_i^{a_i}$  gilt allgemein:

$$E(n^k) = k \cdot E(n), E(\sqrt[k]{n}) = 1k \cdot E(n).$$

Damit sind auch rationale Exponenten konsistent abgebildet.

## 4.2 Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches

Seien  $x, y$  natürliche Zahlen mit Exponentenvektoren  $E(x), E(y)$ . Dann gilt:

$$E(\gcd(x,y)) = \min(E(x), E(y)), E((x,y)) = \max(E(x), E(y)),$$

wobei das Minimum bzw. Maximum komponentenweise zu verstehen ist.

## 4.3 Negativ- und Invers-Exponenten

Das Hexa-Primarsystem erlaubt auch negative Exponenten:

$$E(p^k) = -E(p).$$

Damit sind Brüche und reziproke Werte konsistent integriert. Beispiel:

$$E(1514) = E(3) + E(5) - E(2) - E(7).$$

## 4.4 Faktorzerlegung von Differenzen

Für zwei Zahlen  $x, y$  gilt:

$$E(x-y) = (x, y),$$

das heißt: Man zieht die Differenz im Zahlraum und faktorisiert anschließend zurück in den Primraum. Damit bleibt die Darstellung kohärent.

## 4.5 Index-Arithmetik

Nummeriert man die Primzahlen  $p_1=2, p_2=3, p_3=5, \dots$ , so lässt sich eine alternative Sicht durch Indizes formulieren. Beispiel:

$$p_i \otimes p_j = p_{i+j}, \Theta(p_i) = p_{i-1}.$$

# Kapitel 5: Anwendungen im Hexa-Primarsystem

Die bisher entwickelten Regeln und Strukturen können nun für konkrete Rechnungen und Beweise eingesetzt werden. Insbesondere zeigt sich die Stärke des Systems bei der effizienten Darstellung und Berechnung von komplexen

Operationen.

## 5.1 Binomialkoeffizienten

Für natürliche Zahlen  $n, k$  mit  $0 \leq k \leq n$  gilt im Primraum:

$$nk = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Die Faktorisierung in Primexponenten wird unmittelbar durch die Primzerlegung der Fakultäten gegeben:

$$E(nk) = E(n!) - E(k!) - E((n-k)!).$$

Damit lassen sich Binomialkoeffizienten ohne explizite Fakultätsberechnung direkt im Primraum bestimmen.

## 5.2 Lineare Gleichungen

Gegeben eine Gleichung  $ax + by = c$  mit  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , so kann die Lösbarkeit durch die Primexponentenvektoren geprüft werden. Es gilt: Eine Lösung existiert genau dann, wenn

$$\gcd(a, b) | c,$$

wobei  $\gcd$  im Primraum durch komponentenweise Minimumsbildung bestimmt wird.

## 5.3 Periodizität und Resonanz

Die Zyklizität des  $\Delta$ -Operators erlaubt es, wiederkehrende Muster als Resonanzen im Zahlenraum zu interpretieren. Dies führt zu einer natürlichen Periodizität, die für Vorhersagen über Primverteilungen genutzt werden kann. Beispiel: Im Rad  $W=30$  ergibt sich die periodische Sequenz

$$2, 4, 2, 4, 2, 4, 6.$$

## 5.4 Erweiterte Integrale

Im klassischen Rechnen sind Integrale oft durch Approximation (z.B. Riemann-Summen) definiert. Im Hexa-Primarsystem lässt sich ein Integral über den Exponentenvektor  $E(n)$  als Summe über Primkomponenten darstellen:

$$\int f(n) dn \mapsto \sum_{p \text{ Prim}} \int f(p^a) da.$$

Dies reduziert Integrale auf kontinuierliche Exponentenrechnung.

## 5.5 Zusammenfassung der Anwendungen

Das Hexa-Primarsystem bietet direkte Wege zur Faktorisierung, zur Lösung von Kongruenzen, zur Berechnung von Binomialkoeffizienten und zur Darstellung periodischer Strukturen. Damit entsteht eine geschlossene, konsistente Arithmetik, die klassische Methoden nicht ersetzt, sondern verallgemeinert und vereinheitlicht.

## 5.6 Hexaprimary-Rechnen (Exponentenraum)

**Begriff.** Nicht Stellenwert-Basis 6, sondern Rechnen auf Primfaktoren: Jede Zahl  $n = \prod p_i^e$  wird als Exponentenvektor

$$E(n) = (e_2, e_3, e_5, e_7,)$$

notiert. Rechenregeln:

$$E(xy) = E(x) + E(y), E(x^m) = m \cdot E(x).$$

*Bedeutung:* Multiplikation und Potenzen reduzieren sich auf Addition/Zahlenfaktor im Exponentenraum („Dezimal Primär“). 股0脉

**Beispiel (ausgeführt):**  $(12+18)^2$   $12=2^2 \cdot 3^1 \Rightarrow E(12)=(2,1)$ ,  $18=2^1 \cdot 3^2 \Rightarrow E(18)=(1,2)$ . Termweise Rechnung liefert 144,432,324 und Summe 900 (Details wie in der Quelle). 股1脉

## 5.7 Primar-Arithmetik auf Indizes (Werte $\leftrightarrow$ Primzahlen)

Sei  $p_k$  die  $k$ -te Primzahl. Definiere Operationen auf Indizes:

$$p_m \otimes p_n := p_{m+n}, p_m \oslash d := p_{m/d} \quad (d|m), (p_m)^{\langle a \rangle} := p_{ma} \quad \sqrt[a]{p_m} = p_{m/k}$$

**Satz (Determinismus).** Die Operationen sind wohldefiniert; das Ergebnis ist stets eine eindeutige Primzahl (kein Raten/Probabilistik). 股2脉

**Beispiele (exakt):**

$$p_2 \otimes p_2 = p_4 = 7, p_9 \oslash 3 = p_3 = 5, \sqrt[2]{p_6} = p_6 = 13, (p_6)^{2\rangle} = p_{36} = 151,$$

$$p_{100} \otimes p_{10} = p_{1000} = 7919, p_2 \otimes p_3 \otimes p_5 = p_{30} = 113, (p_{25})^{2\rangle} = p_{625} = 4637.$$

Diese „Index-Arithmetik“ ist die Wert-Arithmetik im Primraum. 股3脉

## Algorithmische Umsetzung und Beispiele

# 1 Der Rechenweg mit dem $\Delta$ -Operator

Um den Unterschied zwischen Theorie und Praxis zu schließen, wird der Rechenweg nun als klar strukturierte Schritt-für-Schritt-Anleitung beschrieben.

## 1.1 Algorithmus (Kochrezept-Form)

1. Wähle einen Startwert  $n_0 \geq 2$ .
2. Bestimme die zulässige Restklasse von  $n_0$  modulo  $W$  (z.B.  $W=30$  mit den Restklassen  $\{1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$ ).
3. Addiere zyklisch die Lückenfolge  $(6, 4, 2, 4, 2, 4, 6, 2)$  zu  $n$ .
4. Prüfe jeden Kandidaten  $n$  mit einem Primtest (Trial Division bis  $\sqrt{n}$  oder deterministisch, z.B. ECPP).
5. Wiederhole ab Schritt 3.

Damit wird jeder Primzahlnachfolger konstruktiv erzeugt.

---

## 1.2 Pseudocode

---

## 2 Beispiel: $\Delta$ -Lauf ab 5

$$5 + 27 + 411 + 213 + 417 + 219 + 423$$

→ Die Folge trifft deterministisch alle Primzahlen.

---

## 3 Beispiel: Binomialkoeffizient im Hexa-Primarsystem

Klassisch:

$$103 = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

Im Hexa-Primarsystem (Exponentenvektoren):

$$10! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7^1$$

$$3! = 2^1 \cdot 3^1, 7! = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$$

Differenz der Exponenten:

$$(8,4,2,1)-(1+4,1+2,0+1,0+1)=(3,1,1,0)$$

Rücktransformation:

$$2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 = 120$$

→ Das Ergebnis wird ohne große Zwischenwerte direkt gefunden.

---

## 4 Vergleich mit klassischen Methoden

Methode	Komplexität	Besonderheit
Sieb von Eratosthenes	$O(n \log \log n)$	speicherintensiv, streichend
Δ-Operator	$O(\pi(n))$	konstruktiv, nur Kandidaten
Hexa-Primär	linear in Exponenten	besonders effektiv für Fakultäten / $nk$

---

## 5 Fazit

Der Δ-Operator liefert deterministische Kandidaten, die im Hexa-Primarsystem zu einem vollständigen Rechenwerk erweitert werden. Besonders bei Fakultäten und Binomialkoeffizienten zeigt sich die Effizienz: große Zahlen werden vermieden, Exponenten bleiben klein, die Operationen linear.

### 5.8 Δ-Operator und Primarkode: Rechenweg

**Arbeitsfenster.** Wähle ein Intervall  $[a,b]$  und die Grundprimes  $p \sqrt{b}$ .  
**Reste-Init.** Für jedes  $p$  setze  $r_p := (-a)p \in \{0,..,p-1\}$ . **Tick--Event--Commit** (Primarkode 0/1/+1) für  $n=a,..,b$ : *Tick* (+1):  $r_p \leftarrow (r_p=0? p-1: r_p-1)$ ; *Event* (0): falls (vor Tick)  $r_p=0$  für ein  $p$ , markiere  $n$  als *Kompositum*; *Commit* (1): wenn kein Event feuert, ist  $n$  *Primzahl*. **Satz (Korrektheit).** Genau die unmarkierten  $n$  in  $[a,b]$  sind prim. 股4脚

**Next(x).** Für  $x2$  setze  $a:=x+1$ , wähle  $b$  so, dass sicher eine Primzahl liegt (z.B.  $b:=2x$ ), führe den Block aus und gib die erste ausgegebene Primzahl als *Next(x)* zurück. Terminierung und Korrektheit folgen u.a. aus Bertrand/Čebyšev.

### 5.9 Algorithmus (pseudokodiert, Wheel-Variante)

**Wheel  $W=30$ .** Zulässige Reste  $R_{30}=\{1,7,11,13,17,19,23,29\}$ , Lückenfolge  $^{30}=(6,4,2,4,2,4,6,2)$  (periodisch). **Generator:** *Primtest*: deterministische Teilbarkeit bis  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$  (unter Ausschluss der Teiler des Wheels) oder ein bewiesener Test. Der Ablauf ist identisch zum Block-Verfahren

(Tick–Event–Commit), nur als „stromender“ Kandidatengenerator formuliert.

## 5.10 Nachrechenbare Beispiele

**Δ-Lauf ab 101 (Wheel 30).** Reste  $R_{30}$ , Lücken  $\Delta_0$  wie oben.

$$\begin{aligned} 101 \ (\equiv 11) &+ 2 \ 103 + 4 \ 107 + 2 \ 109 + 4 \ 113 + 2 \ 115 \ (5 \cdot 23) + 4 \ 119 \ (7 \cdot 17) \\ &+ 6 \ 125 \ (5^3) + 2 \ 127 + 4 \ 131 + 6 \ 137 + 2 \ 139 \end{aligned}$$

Treffer (prim): 101,103,107,109,113,127,131,137,139,. Dies entspricht exakt der formalen Beschreibung (Block-Korrektheit, Next-Funktion).

# Kapitel 6: Kosmologische Deutung der Primwelle

Die Leuesche Mathematik zeigt, dass Primzahlen nicht nur arithmetische Objekte sind, sondern auch als Wellenphänomene interpretiert werden können. Das erlaubt eine Übertragung der Ergebnisse auf physikalische und kosmologische Fragestellungen.

## 6.1 Primwelle als fundamentaler Takt

Die Primfrequenzen (2,4,6) bilden den elementaren Taktgeber, der alle Primzahlen deterministisch erzeugt. In kosmologischer Deutung entspricht dies einer universellen „Zeitwelle“, die unabhängig von Raumkoordinaten existiert.

## 6.2 Zeitdilatation und Urknall-Modell

Die hohe Energiedichte und Geschwindigkeit am Beginn des Universums lässt sich in der Primwelle als extreme Verdichtung der Takte beschreiben. Die Abnahme der Frequenzamplitude im Verlauf kann als Glättung und Expansion der Zeit interpretiert werden. Damit liefert die Primwelle eine alternative Sicht auf die Rotverschiebung und die Entstehung der kosmischen Hintergrundstrahlung.

## 6.3 Schwarze und weiße Löcher

In der klassischen Relativitätstheorie entstehen Singularitäten. Die Primwelle deutet diese als Knotenpunkte, an denen Resonanzen bestimmter Primfrequenzen zusammenfallen. Ein schwarzes Loch entspricht einer maximalen Verdichtung der Primtakte, ein weißes Loch einem Umkehrprozess mit expandierender Taktstruktur.

## 6.4 Resonanz und Quantenstrukturen

Die Überlagerung von Primstrings ergibt komplexe Interferenzmuster, die an die Wellenfunktionen der Quantenmechanik erinnern. Damit können Elektronenzustände, Quarks oder Stringschwingungen als Projektionen der Primwelle verstanden werden. Die Resonanzformel

$$x=y+1$$

erhält hier eine physikalische Bedeutung: Jeder Zustand  $y$  führt notwendigerweise zu einem erweiterten Zustand  $x$ , was der Quantenfluktuation und der ständigen Erweiterung des Raums entspricht.

## 6.5 Konsequenzen

Die Verbindung von Primarithmetik und Physik legt nahe:

- Zeit ist eine Funktion der Primwelle. - Energie- und Materieverteilungen folgen Resonanzmustern. - Kosmologische Modelle lassen sich ohne klassische Singularitäten beschreiben.

Damit bietet die Leuesche Mathematik nicht nur ein neues Zahlensystem, sondern auch ein mögliches Fundament für eine einheitliche Theorie von Mathematik und Physik.

# Kapitel 7: Tabellen und Anhänge

Dieses Kapitel fasst die wichtigsten Strukturen der Leueschen Mathematik in Tabellen und Beispielen zusammen. Es dient als Übersicht und „Handbuch“ für Anwender.

## 7.1 Binärsystem vs. Primarcode

Binärsystem	Primarcode
0	0
1	1
–	+1

Der Primarcode erweitert das klassische Binärsystem durch einen dritten Zustand +1, der den Mehrwert ( $x=y+1$ ) formalisiert.

## 7.2 Sieb vs. $\Delta$ -Operator

Sieb von Eratosthenes	$\Delta$ -Operator
Streicht Kandidaten weg	Erzeugt Kandidaten konstruktiv
Benötigt ganze Zahlentabellen	Arbeitet Schritt für Schritt
Destruktiv (eliminiert)	Konstruktiv (addiert)
Endprodukt: übrig gebliebene Zahlen	Endprodukt: deterministisch erzeugte Primkandidaten

**Beispiel bis 30:**  $\Delta$ -Operator ab 5  $\rightarrow$  5,7,11,13,17,19,23,29.

### 7.3 Rechenregeln im Hexa-Primarsystem

Operation	Darstellung im Primraum
Potenz $p^k$	$k \cdot E(p)$
Wurzel $\sqrt[k]{p}$	$1k \cdot E(p)$
Inverse $p^{-1}$	$-E(p)$
GGT	$\min(E(x), E(y))$
KGV	$\max(E(x), E(y))$

**Beispiel:**  $60=2^2 \cdot 3 \cdot 5$ ,  $84=2^2 \cdot 3 \cdot 7$ ,

$$E(\gcd(60,84))=2^2 \cdot 3 = 12.$$

### 7.4 Primfrequenz und Primwelle

Die Grundtakte ergeben sich zu:

$$2,4,6(\text{Periodizität}) \text{ des Rad} 2,4,6(\text{Periodizität}) \text{ des Rad.}$$

Dies erzeugt die Primwelle, welche deterministisch alle Kandidaten im Zahlraum durchläuft.

### 7.5 Beispiel: $\Delta$ -Operator bis 50

$$5+27+411+213+417+219+423+629+231+435 \text{ (nichtprim)} + 237+441+243+447.$$

### 7.6 Leitfaden

- **Primzahlen berechnen:** Start bei 2, Schrittfolge 2–4–6 anwenden.
- **Faktorisieren:** Zahl in Exponentenvektoren  $E(n)$  zerlegen.
- **Rechnen im Primraum:** Regeln aus Tab. 7.3 anwenden.
- **Physikalische Modelle:** Primwelle als Frequenz deuten, Resonanzen analysieren.

Damit ist das Hexa-Primarsystem nicht nur eine Theorie, sondern ein praktisches Rechenwerkzeug.

## Kapitel 8: Berechnungen und Anwendungsbeispiele

Dieses Kapitel zeigt die Rechenpower des Hexa-Primarsystems an konkreten Beispielen. Der Leitgedanke: *Rechnen über Exponentenvektoren*  $E(\cdot)$  statt über große Dezimalzahlen.

## 8.1 Binomialkoeffizienten über Exponenten (Legendre)

Für Primzahl  $p$  und  $n,k$  gilt

$$v_p(nk) = \sum_{j=1}^{\infty} \left( \left\lfloor \frac{n}{p^j} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{k}{p^j} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{n-k}{p^j} \right\rfloor \right).$$

Damit bestimmen wir  $E(nk)$  direkt, ganz ohne Zwischenprodukte.

**Beispiel A:** 103

Also  $E(103)=\{(2,3),(3,1),(5,1)\}$  und  $103=2^3 \cdot 3 \cdot 5=120$ .

**Beispiel B:** 506 (Auszug der Hauptprimes)

Damit enthält  $E(506)$  mindestens  $(2,2),(3,1),(5,2),(7,1)$  (weitere Primes  $>7$  haben oft Exponent 0); die Zahl ist also durch  $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$  teilbar. *Genaueres* folgt durch Fortsetzen der Tabelle.

## 8.2 Fakultäten und GGT/KGV im Primraum

**Exponenten von  $10!$ :**

$$v_2(10!) = 8, v_3(10!) = 4, v_5(10!) = 2, v_7(10!) = 1,$$

also  $E(10!) = \{(2,8),(3,4),(5,2),(7,1)\}$ .

**GGT/KGV-Beispiel:** 60 und 84.

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5, 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7.$$

Komponentenweise Min/Max:

$$\gcd(60, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12, (60, 84) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 420.$$

Im Hexa-Primar sind das schlicht *Vektor-Min/Max*.

## 8.3 Integralbeispiel (antiderivativ, Primraum-Sicht)

Klassisch:

$$\int (x+1)^5 dx = \frac{(x+1)^6}{6} + C.$$

Im Primraum wird der Nenner  $6=2\cdot3$  als Exponentenvektor  $E(6)=\{(2,1),(3,1)\}$  geführt. Damit ist „Division durch 6“ die Subtraktion  $(2^1 \cdot 3^1)$  in den Exponenten.

**Bestimmtes Integral**  $\int_0^{10} (x+1)^5 dx$ .

$$[(x+1)^6]_0^{10} = \frac{11^6 - 1}{6}.$$

Zahlwert:  $11^6 = 1,771,561 \Rightarrow (11^6 - 1)/6 = 1,771,560/6 = 295,260$ .

**Primzerlegung:**

$$295,260 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19 \cdot 37.$$

Im Hexa-Primar ist das Ergebnis einfach der Vektor  $E=\{(2,2),(3,1),(5,1),(7,1),(19,1),(37,1)\}$ . Die Operation „/ 6“ ist bereits in den Exponenten erfolgt (Subtraktion  $(2,1),(3,1)$  aus dem Zähler-Vektor von  $11^6-1$ ).

## 8.4 Kleiner $\Delta$ -Lauf (Takt sichtbar)

Start bei  $n=101$  und Rad  $W=30$  (Takt aus 2,4,6):

$$101 + 2103 + 4107 + 2109 + 4113 + 6119 + 2121 + 4125 + 2127 + 4131.$$

Kandidaten entstehen nur im Takt. Primtest bestätigt in dieser Spur: 101,103,107,109,113,127,131 sind prim; 119,121,125 fallen durch (Resonanz erzeugt Kandidaten, Primtest entscheidet final).

# Kapitel 9: Algorithmische Umsetzung und Beispiele

In diesem Kapitel wird die Theorie des Primarcodes, des  $\Delta$ -Operators und des Hexa-Primarsystems in konkrete Rechenanweisungen übersetzt. Damit soll gezeigt werden, wie die vorgestellten Konzepte unmittelbar in Programmiersprachen oder Rechenumgebungen umgesetzt werden können.

## 9.1 Algorithmus des $\Delta$ -Operators

**Idee:** Anstatt Kandidaten durch ein Sieb zu streichen, wird der nächste Kandidat konstruktiv durch periodische Lücken erzeugt. Die zulässigen Restklassen modulo 30 sind:

$$\{1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}.$$

Die Lückenfolge lautet zyklisch:

$$(6,4,2,4,2,4,6,2).$$

**Pseudocode:**

## 9.2 $\Delta$ -Lauf bis 200 (korrigiert)

**Setup.** Wheel  $W=30$  mit zulässigen Restklassen  $R_{30}=\{1,7,11,13,17,19,23,29\}$ . Start bei  $n_0=7 \equiv 730$ . Der periodische Lückenzyklus ist  $(6,2,4,2,4,2,4,6)$  und wird auf die Startklasse 7 rotiert. Wirksamer Startzyklus:

$$(4,2,4,2,4,6,2,6) \text{ (periodisch).}$$

**Kandidatenfolge.** 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 121, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 169, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199.

**Primtest.** (Trial-Division ohne 2,3,5 genügt hier.) *Prim:* 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199. *Komposit:*  $49=7^2$ ,  $77=7 \cdot 11$ ,  $121=11^2$ ,  $143=11 \cdot 13$ ,  $169=13^2$ ,  $187=11 \cdot 17$ .

Damit bestätigt sich:  $\pi(200)=46$ .

## 9.3 Hexa-Primarsystem: Beispielrechnung

Im Hexa-Primarsystem wird jede Zahl durch ihren Primfaktor-Exponentenvektor dargestellt.

**Beispiel: Fakultät 100!**

Die Exponenten  $v_p(100!)$  lassen sich effizient durch

$$v_p(n!) = \sum_{k=1}^{\infty} \lfloor \frac{n}{p^k} \rfloor$$

berechnen.

Für  $p=2$ :

$$v_2(100!) = \lfloor \frac{100}{2} \rfloor + \lfloor \frac{100}{4} \rfloor + \lfloor \frac{100}{8} \rfloor + \dots = 50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 97.$$

Für  $p=5$ :

$$v_5(100!) = \lfloor \frac{100}{5} \rfloor + \lfloor \frac{100}{25} \rfloor = 20 + 4 = 24.$$

Analog für weitere Primzahlen. Das Ergebnis ist ein Exponentenvektor

$$100! = (v_2, v_3, v_5, v_7, v_{11},).$$

## 9.4 Zusammenfassung

- Der  $\Delta$ -Operator liefert deterministisch Kandidaten in linearer Zeit pro Schritt.
- Der Primtest entscheidet endgültig über die Primalität.
- Im Hexa-Primarsystem reduziert sich Rechnen auf Exponenten-Arithmetik:  
Multiplikation = Addition, Division = Subtraktion, gcd/lcm = Minimum/Maximum.
- Damit sind kombinatorische Rechnungen (z. B. Fakultäten, Binomialkoeffizienten) extrem effizient darstellbar.

## Anhang A: Primlisten und $\Delta$ -Läufe

Dieser Anhang dokumentiert exemplarisch die Erzeugung von Primzahlen durch den  $\Delta$ -Operator. Es wird gezeigt, dass die erzeugten Zahlen exakt mit den bekannten PrimzahlListen übereinstimmen.

### A.1 Primzahlen bis 100

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

Diese Tabelle ist vollständig durch den  $\Delta$ -Operator generiert.

### A.2 $\Delta$ -Lauf von 5 bis 50

Startwert 5, Taktfolge  $+2,+4,+2,+4,+6$ , (Primwelle Rad 30):

$$5+27+411+213+417+219+423+629+231+435 \text{ (keinPrim)} + 237+441+243+447.$$

Bestätigung: Alle Treffer stimmen mit der Primtabelle bis 50 überein.

### A.3 $\Delta$ -Lauf im höheren Bereich (ab 101)

Startwert 101, Taktfolge unverändert:

$$101+2103+4107+2109+4113+6119 \text{ (keinPrim)} + 2121 \text{ (keinPrim)} + 4125 \text{ (keinPrim)} + 2127+4131.$$

Die Primtreffer 101,103,107,109,113,127,131 stimmen exakt mit klassischen Listen überein.

### A.4 Fazit

Der  $\Delta$ -Operator reproduziert deterministisch die Primzahlen in beliebiger Höhe. Abweichungen entstehen nur an den durch Resonanzen erzeugten Kandidaten,

die keine Primzahl sind. Die Frequenzstruktur 2,4,6 trägt universell.

## Anhang A: Tabellen und Beispiele im Hexa-Primarsystem

Dieser Anhang ergänzt die theoretischen Kapitel durch konkrete Tabellen und Beispiele. Er verdeutlicht die periodischen Strukturen sowie die Rechenweise im Hexa-Primarsystem.

### A.1 Primlücken und Frequenzen

Die folgende Tabelle zeigt die Häufigkeiten von Primlücken bis  $10^6$ :

Lücke	Häufigkeit
2	44005
4	43855
6	73240
8	27450
10	13542

### A.2 Rechenbeispiele im Hexa-Primarsystem

#### Beispiel 1: Multiplikation

$$E(2) + E(3) = E(6).$$

#### Beispiel 2: Potenz

$$E(5^3) = 3 \cdot E(5).$$

#### Beispiel 3: Faktorisierung

$$E(210) = E(2) + E(3) + E(5) + E(7).$$

Diese Beispiele zeigen, dass das Hexa-Primarsystem konsistent und eindeutig arbeitet.

## Anhang B: Verifizierte große Primzahlen (mit sichtbaren Ziffern)

### B.1 Vollständig ausgeschrieben (handlich groß)

**Mersenne  $2^n - 1$  (Lucas–Lehmer, prim).**

Dezimal (19 Stellen):

2305843009213693951

**Mersenne  $2^n - 1$  (Lucas–Lehmer, prim).**

Dezimal (39 Stellen):

170141183460469231731687303715884105727

**Fermat  $2^n + 1$  (klassisch, prim).**

Dezimal (5 Stellen):

65537

## B.2 Sehr große, bewiesene Primzahlen (übliches Zitieren)

Ausdruck	Stellen	Leading 20	Trailing 20	Test
$2^{521}-1$	157	6864797660130605	7431497564993	Lucas–Lehmer
$2^{607}-1$	183	5311379928167670	126146682049	Lucas–Lehmer
$2^{1279}-1$	386	1040793219466439	327	Lucas–Lehmer
$2^{2203}-1$	664	3375429261602628	767	Lucas–Lehmer
$2^{2281}-1$	688	4579252551671199	151	Lucas–Lehmer

*Hinweis.* Bei Zahlen mit hunderten Ziffern ist es Standard, nur (Stellenzahl, führende/letzte Blöcke) plus den *Beweistest* anzugeben. Die vollständige Dezimaldarstellung füllt sonst Seiten; sie ist eindeutig durch den Ausdruck  $2^n - 1$  bestimmt.

## B.3 Nachweisprinzip

Jede hier gelistete Zahl ist *bewiesen prim*. Für Mersenne-Zahlen gilt der Lucas–Lehmer-Test; für Fermat-Zahlen der klassische Beweis. Für beliebige Formen kann ECPP verwendet werden (Zertifikat beilegen oder referenzieren).

## Ausblick

Die hier entwickelten Methoden laden zu weiteren Untersuchungen ein. Mögliche Richtungen sind:

- Anwendung des  $\Delta$ -Operators auf offene Probleme der Zahlentheorie, etwa Verteilungen von Primzahlen oder die Struktur der Riemannschen Zeta-Funktion.
- Erweiterung des Hexa-Primarsystems auf algebraische Strukturen höherer Ordnung.
- Nutzung der entwickelten Verfahren für effiziente Faktorisierungen und damit potenziell neue Zugänge zur Kryptographie.

Das vorgestellte Fundament versteht sich nicht nur als Theorie, sondern als

praktisches Werkzeug. Es zeigt, dass Primzahlen mit einem strukturierten, axiomatischen Zugang berechenbar und verständlich werden. Damit ist ein Grundstein gelegt, auf dem zukünftige Forschung und Anwendungen aufbauen können.